Semestre 6 : Mathématiques

Unité d'Enseignement	VHS	V.H hebdomadaire				Coeff	Crédits	Mode d'évaluation	
	14-16 sem	C	TD	TP	Autres			Continu	Examen
UE fondamentale						**10**	**18**		
UEF6.1(O/P)									
UEF6.1.1 : Matière X (*)	90 h	3h	3h			5	9	**X**	**X**
UEF6.1.2 : Matière Y (*)	90 h	3h	3h			5	9	**X**	**X**
UE méthodologie						**4**	**10**		
UEM6.1(O/P)									
UEM6.1.1: Transformations intégrales dans les espaces L^p	67h30	3h	1h.30			2	5	**X**	**X**
UEM6.1.2 : Géométrie différentielle	67h30	3h	1h.30			2	5	**X**	**X**
UE transversale						**2**	**2**		
UET6.1 (O/P)									
Ethique et déontologie de l'enseignement et de la recherche	22h.30		1h30			2	2	**X**	
Total Semestre 6	337h30	12	10h30			**16**	**30**		

(*) : Les matières X et Y sont à choisir par couple (un ou plusieurs) par **l'équipe de formation** sur la liste suivante. Cette liste reste ouverte aux nouvelles propositions qui doivent être validées **impérativement par le CPND**.

Introduction à la théorie des groupes	Introduction à la théorie des opérateurs linéaires
Théorie des corps	Equations aux dérivées partielles
Statistique Inférentielle	Modélisation mathématique des rythmes du vivant
Introduction aux processus aléatoires	Optimisation avec contraintes
Méthodes numériques pour EDO et EDP	Programmation linéaire

NB : A partager les 3 heures entre TD et TP suivant les matières X et Y choisies par l'établissement.

III - Programme détaillé par matière des semestres S6

(1 fiche détaillée par matière)

(Tous les champs sont à renseigner obligatoirement)

Semestre :6
Unité d'enseignement : Fondamentale
Matière : Introduction à la théorie des groupes
Crédits :9
Coefficient :5

Objectifs de l'enseignement
Ce module introduit des notions fondamentales pour la théorie des groupes, la structure de groupe est utile pour la compréhension des corps et les codes linéaires ainsi que leurs applications.
Connaissances préalables recommandées : Algèbre1
Contenu de la matière :
Chapitre1 : Groupes et morphismes
Groupe, sous-groupe, classes d'équivalence modulo un sous-groupe, théorème de Lagrange, morphisme de groupes, image, noyau, isomorphisme, groupe distingué, groupe quotient, théorème d'isomorphisme, groupe cyclique, indicatrice d'Euler, sous-groupes d'un groupe cyclique, étude des groupes Z / nZ et $(Z /nZ)^*$.
Chapitre2 : Action d'un groupe sur un ensemble.
Définition de l'action d'un groupe, orbite, stabilisateur, point fixe, théorème de Burnside, **Chapitre 3 : Groupes abéliens finis**
a) Structure des groupes abéliens finis
b) Applications

Mode d'évaluation :Examen (60%) , contrôle continu (40%)

Références:
1. Algèbre pour la licence 3 (groupes, anneaux et corps). Auteurs : Jean Jaques Risier, Pascal Boyer.Dunod Paris 2006. ISBN 210 049498 8.
2. Algèbre et géométrie. Auteurs : Jean Delcourt, Remit Goblot. Dunod Paris 2005. ISBN 210 0453358.
3. D. J. S. Robinson, '' A course in the theory of groups'', 2nd ed, Springer-Verlag, New York, 1995.

Semestre :6

Unité d'enseignement : Fondamentale

Matière : Théorie des corps

Crédits : 9

Coefficient : 5

Objectifs de l'enseignement

Cet enseignement devrait permettre à l'étudiant d'acquérir les connaissances élémentaires que procure la théorie des corps, d'autre part, l'étudiant pourra se familiariser avec des outils utiles par exemple pour l'étude des codes linéaires et la cryptographie…

Connaissances préalables recommandées : Algèbre1

Contenu de la matière :

Chapitre 1 : Anneaux et morphismes.

Anneau, sous anneau, idéal, morphisme d'anneaux, anneau quotient, idéal premier, idéal maximal, éléments inversibles, éléments associés, éléments irréductibles, éléments premiers, anneau principal, anneau euclidien, anneau factoriel.

Chapitre 2: Corps

Définitions, exemples, caractéristique, corps premiers.

Chapitre 3 : Construction des corps finis

Cardinal d'un corps fini, polynôme irréductible, construction pratique d'un corps fini**.**

Chapitre 4 : Applications

Exemples d'applications en codes linéaires, en cryptographie….

Mode d'évaluation : Examen (60%) , contrôle continu (40%)

Références:

1. E. Ramis, C. Deschamps, et J. Odoux. Cours de Mathématiques 1, Algèbre. Dunod, 1998.
2. Rudolf Lid land HaraldNiederreiter, Finite fields, Encyclopedia of Mathematics and applications, Cambridge university press, 1997.
3. M. Demazure. Cours d'algèbre. Primalité, divisibilité, codes. Cassini. 1997.

Semestre :6

Unité d'enseignement : Fondamentale

Matière : Introduction aux processus aléatoires

Crédits : 9

Coefficient : 5

Objectifs de l'enseignement

L'enseignement de cette matière vise à donner les notions de base sur les processus aléatoires simples et la propriété de Markov.

Connaissances préalables recommandées

L'étudiant doit maitriser la théorie de bases du calcul des probabilités et le calcul intégral

Contenu de la matière :

Chapitre1 : Conditionnement

- Rappels sur les probabilités conditionnelles et lois conditionnelles.
- Espérance conditionnelle.
- Caractérisation de l'espérance conditionnelle.

Chapitre2 Chaînes de Markov

- Processus de Markov homogène.
- Relation de Chapman-Kolmogorov, générateur infinitésimal.
- Loi transitoire d'un processus de Markov et loi stationnaire.
- Processus de saut d'un processus de Markov, chaînes incluses.
- Exemples de processus de Markov, processus de Poisson, processus de naissance et de mort, application aux files d'attente, processus de renouvellement : modèles d'épidémiologie et processus de stockage.

Chapitre3 Martingales

- Définitions : martingale, sous martingale, sur-martingale.
- Théorème d'arrêt
- Convergence des martingales
- Applications

Chapitre4 Processus stationnaires

- Définition
- Processus à covariance stationnaire
- Théorèmes ergodiques
- Prédiction dans un processus à covariance stationnaire
- Analyse spectrale d'un processus stationnaire.

Mode d'évaluation :Examen (60%) , contrôle continu (40%)

Références:

1- D. Foata, A. Fuchs, Processus Stochastiques, Dunod, 2004

2- Karlyn,S and H. Taylor, A First Course in Stochastic Process, San Diego, 1975

3- Grimmett, C; Stirzaker, D, Probability and Random Process, Oxford University Press, third edition, Oxford, 2001

4- Ross, S. Introduction to Probability Models, Academic Press, seventh edition, San Diego, 2000.

Semestre :6
Unité d'enseignement : Fondamentale
Matière : Méthodes numériques pour EDO et EDP
Crédits : 9
Coefficient : 5

Objectifs de l'enseignement : Ce cours est une introduction succincte de certaines méthodes d'Analyse Numérique notamment la des différences finies utilisée dans la résolution des équations différentielles ordinaires et aux dérivées partielles.

Connaissances préalables recommandées : *Algèbre Linéaire de Licence, E. D. O et E. D. P.*

Contenu de la matière :

Partie1 : **Méthode numérique pour EDO**

Chapitre1 : Rappels sur les différents théorèmes d'existence, motivation

Chapitre2 : les différences finies

2.1 Principe - ordre de précision
2.2 Notation indicielle
2.3 Exemple simple 1D avec conditions de Dirichlet
2.4 Exemple simple 1D avec conditions mixtes Dirichlet-Neumann

Partie2 :

Chapitre3 : Méthode numérique pour EDP

3.1 Les différences finies
3.2 Schéma d'ordre supérieur
3.3 Discrétisation de l'équation de la chaleur 1D
3.4 Schéma explicite
3.5 Schéma implicite
3.6 Schéma Crank-Nicolson
3.7 Discrétisation de l'équation de Laplace 2D stationnaire

Chapitre4 : Introduction aux éléments finis

Mode d'évaluation :Examen (60%) , contrôle continu (40%)

Références:

[1] P.G. Ciarlet, Introduction à l'analyse numérique et à l'optimisation, Masson 1982.
[2] Curtis F. Gerald, Patrick O. Wheatley, AppliedNumericalAnalysis. Third Edition, Addison-Wesley PublishingCompany.
[3] QuarteroniA.,SaccoR.,and Saleri F.Numericalmathematics. Springer, 2000.
[4] J.RappazandM.Picasso - Introduction à l'analyse numérique. Presses Polytechniques et Universitaires, Romandes, Lausanne, 1998.
[5] P.A.RaviartandJMThomas. Introduction à l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles.

Semestre :6
Unité d'enseignement : Fondamentale
Matière : Introduction à la théorie des opérateurs linéaires

Crédits : 9
Coefficient : 5

Objectifs de l'enseignement : Familiariser l'étudiant avec les notions de base de la théorie des opérateurs linéaires pour constituer un socle à de futures éventuelles études en EDP , en théorie spectrale et en équations différentielles abstraites
Connaissances préalables recommandées : Topologie des espaces métriques, des espaces vectoriels normés et analyse hilbertienne

Contenu de la matière :

Chapitre1 :
1.1 l'espace L (X,Y)
1.2 Opérateurs à domaines denses, prolongement par continuité
1.3 Convergence ponctuelle, convergence uniforme, définitions et résultats
1.4 Principe de la borne uniforme, théorème de Banach Steinhauss, opérateur inverse,
1.5 théorème d'existence de l'inverse de L (X).
Chapitre 2 :
2.1 Espace dual d'un e.v.n
2.2 Le théorème de Hahn Banach et ses corollaires.
2.3 La notion d'opérateur adjoint, définitions et résultats.
2.4 Cas particulier : espace de Hilbert
2.5 Spectre d'un opérateur
Chapitre3 :
3.1 Les opérateurs compacts, définitions et résultats
3.2 Spectre d'un opérateur compact
3.2 Les théorèmes de Fredholm.

Mode d'évaluation :Examen (60%) , contrôle continu (40%)
Références:
1. Trenoguine. Analtyse fonctionelle
2. Kolmogorov, Fomine. Eléments de la théorie des fonctions et de l'analyse fonctionnelle

Semestre :6

Unité d'enseignement : Fondamentale

Matière : Equations aux dérivées partielles

Crédits : 9

Coefficient : 5

Objectifs de l'enseignement : prise de contact avec les EDP et quelques unes des méthodes et des problématiques qui s'y rattachent, apprendre quelques techniques de résolution de chaque type.
Connaissances préalables recommandées : Analyse, algèbre, topologie

Contenu de la matière :

Chapitre1 : Cas elliptique

1.1 Séparations des variables

1.2 Etude du problème de Dirichlet pour le Laplacien (n=2,n=3)

(Noyau de Poisson, Fonctions de Green pour la boule et le demi-plan)

Chapitre2 : Cas hyperbolique – Equations des ondes

2.1 Par séparation des variables

2.2 Représentation de la solution

2.3 Principe de Huygens (n=1, n=2)

2.4 Cordes et plaques vibrantes (Séries de Fourier)

Chapitre3 : Cas parabolique – Equation de la chaleur

3.1 Par séparation des variables et superposition (Séries de Fourier)

3.2 Représentation de la solution dans R^n, régularité de la solution.

3.3 Equations particulières (Bernouilli-Ricati-Clairaut)

Mode d'évaluation :Examen (60%) , contrôle continu (40%)

Références:

-J.Bass, Analyse mathématique Tome 2

-Hervé Reinhardt, Equations aux dérivées partielles-cours et exercices corrigés

Semestre : 6

Unité d'enseignement : Fondamentale

Matière : Modélisation mathématique des rythmes du vivant

Crédits : 9

Coefficient : 5

Objectifs de l'enseignement

Fournir à tous les étudiants une culture interdisciplinaire sur la modélisation des systèmes complexes, les étapes-clés de la modélisation, de la formalisation du problème biologique à l'interprétation des résultats en passant par l'analyse mathématique du modèle.

Connaissances préalables recommandées

L'étudiant doit avoir des connaissances en analyse réelle, équations différentielles ordinaires. Equation aux dérivées partielles.

Contenu de la matière :

Chapitre1 : Généralités, complexité du monde réel et du vivant.

Méthodologie de la modélisation,

Chapitre2 : Modèles à une seule espèce

2.1 Modèle de Malthus (1798). Modèle de croissance logistique de Verhulst (1836).

2.2 Modèle de Gompertz. Modèle de croissance avec effet « Allee»

2.3 Modèle de Verhulst avec prédation. L'équation de Fisher (1937).

Chapitre3 : Modèle à deux espèces

3.1 Modèle de Lotka-Volterra (1926).

3.2 Système adimensionnalisé.

Propriétés.

Extensions plus réalistes (différents fonctions de réponse).

Une classe de modèles.

Un modèle prédateurs-proies avec dispersion.

Chapitre 4 : Modèles Epidémiologiques (SI,SIS,SIRS,SEIRS…)

Chapitre5 : Spatialisation et échelles de temps

Mode d'évaluation : Examen (60%) , contrôle continu (40%)

Références

· P. Auger,C, Lett, J.C. Poggiale. Modélisation mathématique en écologie. Cours et exercice corrigésDunod. 2010.

· J. Istas, Introduction aux modélisations mathématiques pour les sciences du vivant, Mathématiques & Applications 34, 2000.

· O. Diekmann and J.A .P Heesterbeek, Mathematical epidemiology of infectious diseases, Wiley Series in Mathematicaland Computational Biology, John & Sons Ltd, Chichester, 2000.

· L. Edelstein-Keshet, Mathematical models in biology, The Random House, Birkhauser Mathematics Series, Random House Inc., New York 1988.

· J. Murray: Mathematical Biology. Springer. 2001.

· Hal L. Smith, H. R. Thieme: Dynamical systems and population persistence, AMS, 2011.

· F. Brauer, C. C. Chavez : Mathematical Models in population biology and epidemiology, Springer. Second edition 2012.

Semestre :6

Unité d'enseignement : Fondamentale

Matière : Optimisation avec contraintes

Crédits : 9

Coefficient : 5

Objectifs de l'enseignement : L'objet de ce cours est une extension de l'optimisation sans contraintes. On y modélise certains problèmes pratiques issus de diverses activités économiques, médicales etc.

Pour ces différents problèmes avec contraintes, on étudie les conditions d'optimalité et on introduit les principaux algorithmes adaptés à chaque situation.

Connaissances préalables recommandées : Optimisation I.

Contenu de la matière :

Chapitre1 : Minimisation avec contraintes

1.1 Résultat d'existence et d'unicité

1.2 Condition d'optimalité du 1^{er} ordre

- 1-2-1 Condition d'optimalité du 1^{er} ordre général
- 1-2-2 Contraintes d'égalité
- 1-2-3 Contrainte en égalité et en inégalité

1.3 Conditions d'optimalité nécessaires du $2^{ème}$ ordre

Chapitre2 : Applications et exemples

2-1 Projection sur un convexe fermé

2-2 Régression linéaire avec contraintes

2-3 Cas de la programmation linéaire

2-4 Exemples

Chapitre 3 : Algorithmes

3-1 Méthode du gradient projeté

3-2 Méthode de Lagrange-Newton pour les contraintes en égalité

3-3 Méthode de Newton projeté pour les contraintes de borne

3-4 Méthodes de pénalisation

3-5 Méthodes de programmation quadratique successive (S.Q.P)

- 3-5-1 Cas de contraintes en égalité
- 3-5-2 Cas de contraintes générales

3-6 Méthode de dualité : méthode d'UZAWA

Mode d'évaluation : Examen (60%) , contrôle continu (40%)

Références bibliographiques

1. **E.G. Goldstein,** Theory of Convex Programming, Published by American Mathematical Society
2. **M. Minoux,** Programmation mathématique : théorie et algorithmes : tome 2, Dunod,Paris (1983)
3. **M. Minoux** : "Programmation Mathématique. Théorie et Algorithmes", 2 (ed.), (Lavoisier), (ISBN: 978-2-7430-1000-3) (2008)
4. **A.W.Robert and D.E.Varberg,** Convex Functions, Academic Press, New York, 1980.

Semestre :6

Unité d’enseignement : Fondamentale

Matière : Programmation linéaire

Crédits : 9

Coefficient : 5

Objectifs de l’enseignement :
Ce module a pour objectifs de sensibiliser l'étudiant à l'importance pratique des problèmes d'optimisation linéaires, de maîtriser l’ensemble théorique sous-jacent, et de pouvoir utiliser ces techniques dans des problèmes pratiques.
Connaissances préalables recommandées : Mathématiques et informatique générales

Contenu de la matière :

Chapitre1 : Introduction générale

1.1 Historique de la programmation linéaire

1.2 Exemples de modélisation de problèmes pratiques sous forme de programme linéaire.

Chapitre2 : Géométrie de la programmation linéaire

2.1 Espaces vectoriels, rang de matrice, systèmes d’équations linéaires

2.2 Ensemble convexe, hyperplan, polyèdre, simplexe, point extrême

Chapitre3 : Méthode primale de résolution d’un programme linéaire

3.1 Position du problème

3.2 Caractérisation des points extrêmes

3.3 Optimalité en un point extrême

3.4 Critères d’optimalité : formule d’accroissement de la fonction objectif, critère d’optimalité, 3.5 condition suffisante d’existence de solution non bornée

3.6 Algorithme du simplexe : amélioration de la fonction objectif en passant d’un pont extrême à un autre, algorithme du simplexe sous forme matricielle, finitude de l’algorithme du simplexe, algorithme et tableau du simplexe

3.7 Initiation de l’algorithme du simplexe : cas du programme linéaire sous forme normale, M-méthode, méthode de deux phases,

Chapitre4 : Méthodes duales en programmation linéaire

4.1 Définitions

4.2 Formule d’accroissement de la fonction duale et critère d’optimalité

4.3 Condition suffisante de solutions réalisables dans le problème primale

4.4 Algorithme dual du simplexe

Initialisation de l’algorithme duale du simplexe

Mode d’évaluation :Examen (60%) , contrôle continu (40%)

Références:

1. M. Sakarovicth, Graphes et programmation linéaire, Ed. Hermann. 1984.
2. H. Mauran, Programmation linéaire appliquée, Ed. Technip, 1967.
3. A. Kauffman, Méthodes et modèles de R.O., Ed. Dunod, 1976.
4. V. Chvatal, Linear programming. W.H. Freeman and Company, 1983.**Semestre :6**

Semestre :6

Unité d'enseignement : Méthodologie

Matière : Transformations intégrales dans les espaces L^p

Crédits :6

Coefficient :3

Objectifs de l'enseignement : L'objectif essentiel de cet enseignement est l'étude de deux types de transformations dans les espaces L^p, en montrant leur utilité dans la résolution de certains équations différentielles.

Connaissances préalables recommandées : Topologie, Mesure et Intégration

Contenu du module :

Chapitre 1 : Les espaces L^p

1.1 Rappels de quelques résultats d'intégration.

1.2 Définition et propriétés élémentaires des espaces L^p.

1.3 Réflexibilité. Séparabilité. Dual de L^p.

1.4 Convolution et régularisation. Théorèmes de densité.

Chapitre 2 : Transformation de Fourier

2.1 Transformation de Fourier pour les fonctions intégrables.

2.2 Propriétés de la transformation de Fourier.

2.3 Transformation de Fourier inverse.

2.4 Transformation de Fourier pour les fonctions de carré sommable.

Chapitre 3 : Transformation de Laplace

3.1 Définition et propriétés de la transformation de Laplace.

3.2 Quelques transformées usuelles.

3.3 Inversion de la transformée de Laplace.

3.4 Application à la résolution des équations différentielles.

Mode d'évaluation : Examen (60%) , contrôle continu (40%)

Références:

1- J. Bass, Cours de mathématiques, tome 1, Éd. Masson et Cie - Paris, 1964.

2- H. Brézis, Analyse fonctionnelle, Masson, 1993.

3- A. Yger, Espaces de Hilbert et analyse de Fourier, Cours de 3ème année de licence, université Bordeaux I, 2008.

Semestre : 6
Unité d'enseignement : Méthodologie
Matière : Géométrie différentielle
Crédits : 6
Coefficient : 3
Objectifs de l'enseignement : L'étudiant apprendra le calcul différentiel et le calcul intégral sur des objets abstraits qui sont les variétés différentiables modélisant les espaces euclidiens réels.
Connaissances préalables recommandées : *Analyse Réelle et Algèbre Linéaire*

Contenu de la matière :

Chapitre1 Théorème d'inversion locale.

1.1 Applications de classe C^r.
1.2 Difféomorphismes.
1.3 Théorème des fonctions implicites.

Chapitre2 Théorème du rang.

2.1 Le rang.
2.2 Théorème de submersion.
2.3 Théorème d'immersion.
2.4 Théorème du rang constant

Chapitre3 Sous-Variétés de R^n.

3.1 La notion de sous variété.
3.2 Espaces tangents.
3.3 Sous variétés définies par des équations.
3.4 Sous variétés définies par un paramétrage.
3.5 Le lemme de Morse.
3.6 Fibré tangent à une sous variété de R^n.

Chapitre4 Orientations et variétés à bord.

Chapitre5 Formes différentielles et différentielle extérieure.

5.1 Rappels d'algèbre linéaire.
5.2 Formes multilinéaires alternées.
Produit intérieur.
Produit extérieur.
5.3 Formes différentielles.
5.4 Différentielle extérieure. Existence et unicité.
5.5 Formes différentielles induites et Lemme de Poincaré.

Chapitre6 Intégration des formes différentielles.

6.1 Intégration sur R^n.
6.2 Intégration sur une variété.
6.3 La formule de Stokes.

6.4 Applications de la formule de Stokes.
Divergence et formule de Green-Ostrogradski

Mode d’évaluation : Examen (60%) , contrôle continu (40%)

Références

1. Quatre-vingt douze exercices classiques de géométrie différentielle pour la maitrise de mathématiques. Michèle Audin.
2. Cours de Mathématiques, deuxième année, Jack Dixmier.
3. Introduction aux variétés différentiables, presse Université de Grenoble1996, J.J la fontaine.
4. Notes de cours de géométrie différentielle, Claude Viterbo, 23-juin-2013

Unité d'enseignement : Transversale

Matière : Ethique et déontologie de l'enseignement et de la recherche

Crédits : 2

Coefficient : 2

Objectifs de l'enseignement : Cette matière a pour objectif la préparation du futur enseignant sur le plan psychologique que méthodologique pour qu'il puisse faire fasse à la mission de l'enseignement.

Connaissances préalables recommandées : Bagage minimal d'un universitaire

Contenu du module :

Apprendre à l'étudiant comment :

- **Se comporter avec les élèves selon le palier.**
- **Comment affronter les problèmes dans la classe.**
- **Comment faire un cours.**
- **Comment faire un examen.**
- **Comment garder un climat sain d'apprentissage.**
- **Techniques d'enseignement.**
- **Psychologie de l'enfant.**
- **Ethique et déontologie.**

Ces titres sont donnés à titre indicatif.

Mode d'évaluation : Contrôle continu

Références:

1- Karin Brodie, Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classrooms, Springer Science+Business Media, LLC 2010.

2- *Pamela Cowan,* Teaching Mathematicsby, Routledge, 2006.

3- James A. Middleton And Polly Goepfert, Inventive Strategies For Teaching Mathematics, American Psychological Association, Washington.